Определение инвариантного класса ФАЛ и его мощностной последовательности. Формулировка утверждения о поведении указанной последовательности и идея его доказательства.

Часть 3 – страница 58

Множество ФАЛ $Q, Q \subseteq P_2$ называется **инвариантным классом ФАЛ**, если оно замкнуто относительно трех операций:

- 1) добавление или изъятие фиктивных БП (переход к равной ФАЛ)
- 2) переименование БП без отождествления (переход к конгруэнтной ФАЛ)
- 3) подстановка констант 0 или 1 вместо БП (переход к подфункции)

Часть 3 – страница 58

Мощностная последовательность ФАЛ Q , где $n = 1, 2, \dots$

$$\sigma_Q(n) = \frac{\log|Q(n)|}{2^n}$$

Часть 3 – страница 59

Утв-ие о поведении мощностной последовательности:

Пусть Q – инвариантный класс ФАЛ. Тогда его мощностная последовательность $\sigma_Q(n)$ монотонно не возрастает и сходится к пределу

$$\sigma_Q(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sigma_Q(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log|Q(n)|}{2^n}$$

где $\sigma_Q(n)$ удовлетворяет нер-вам $0 \leq \sigma_Q(n) \leq 1$

Док-во:

Из опр-ия последовательности $\sigma_Q(n)$ следует, что для каждого n выполнено неравенство $0 \leq \sigma_Q(n) \leq 1$, то есть эта последовательность $\sigma_Q(n)$ ограничена. Покажем, что она монотонно не возрастает, откуда будет следовать ее сходимости. В силу инвариантности класса Q , всякую функцию f из множества $Q(n+1)$ можно представить в виде

$$f(x_1, \dots, x_{n+1}) = \bar{x}_{n+1}f_0(x_1, \dots, x_n) \vee x_{n+1}f_1(x_1, \dots, x_n)$$

где $f_\sigma(x_1, \dots, x_n) = f(x_1, \dots, x_n, \sigma)$, $\sigma \in B$ и обе ФАЛ f_0, f_1 принадлежат множеству $Q(n)$. Отсюда сразу вытекает нер-во

$$\sigma_Q(n+1) = \frac{\log|Q(n+1)|}{2^{n+1}} \leq \frac{\log|Q(n)|}{2^n} = \sigma_Q(n)$$

Монотонное невозрастание и, следовательно, сходимости последовательности $\sigma_Q(n), n = 1, 2, \dots$ доказана, а принадлежность ее предела σ_Q действительному отрезку $[0, 1]$, следует из того, что ему принадлежат все члены данной последовательности.

Ч.т.д.

Формулировка утв-ия о построении π – схем, формул и СФЭ, реализующих ФАЛ μ_n (мультиплексорную ФАЛ порядка n), об оценках их сложности и глубины; асимптотическое поведение сложности $L^C(\mu_n)$ и поведение глубины $D(\mu_n)$. Описание разложения (представления) ФАЛ μ_n , на котором основано доказательство приведенной в нем оценки для ее глубины, и структуры соответствующей формулы.

Часть 3 – страница 14

$$L^C(\mu_n) \geq 2^n + n; L^K(\mu_n) \geq 2^n + 2n$$

Часть 3 – страница 16

$$L^\pi(\mu_n) \leq 3 * 2^n - 2; L^\Phi(\mu_n) \leq 2^{n+2} - 3$$

Часть 3 – страница 21

$$L^C(\mu_n) \geq 2^{n+1} + n - 1; D(\mu_n) \geq n + 1 - \text{метод Каскадов}$$

Часть 3 – страница 44

$$L^\pi(\mu_n) \leq 2 * 2^n + O\left(\frac{2^n}{n}\right); L^C(\mu_n) \leq 2 * 2^n + O\left(\frac{2^n}{n}\right); D(\mu_n) \leq n + 6$$

Часть 3 – страница 46

$$L^C(\mu_n) \geq 2^{n+1}; D(\mu_n) = n + o(1)$$

Доказательство приведенной оценки для глубины (Часть 3 – страница 44) основывается на формуле $\tilde{F}_n$ для ФАЛ μ_n

$$\begin{aligned} & \tilde{F}_n(x_1, \dots, x_n, y_0, \dots, y_{2^n-1}) \\ &= \bigvee_{i=1}^{2^\lambda} \mathfrak{A}_i(x) \ \& \ \&_{\sigma'' \in B^{n-q}} (J_{\sigma''}^{\overline{\sigma''}}(x'')) \ \vee \ \bigvee_{\sigma' \in \delta_i} x_{j_{\sigma'}}^{\alpha_{\sigma'}} y_{v(\sigma', \sigma'')} \end{aligned}$$

где $\mathfrak{A}_i$ – совершенная ДНФ ФАЛ $\chi_i, i = 1, \dots, \lambda$ и $J_{\sigma''}^{\overline{\sigma''}}(x'') = \overline{K}_{\sigma''}(x'')$

F_n реализует мультиплексорную ФАЛ μ_n , бесповторна по БП $y_0, \dots, y_{2^n-1}$ и что $Alt(\tilde{F}_n) \leq 3$

Определение КС, корректирующей q замыканий, сложности реализации ФАЛ в классе таких схем и соответствующей функции Шеннона, асимптотическое поведение этой функции при $q = 1$. Построение минимальных КС, реализующих линейные ФАЛ и корректирующих 1 обрыв, формулировка утв-ия о соответствующей сложности этих ФАЛ, идея получения нижней оценки.

Часть 5 – страница 13

КС Σ является (p, q) – **самокорректирующейся КС** (корректирует p обрывов и q замыканий), если любая КС Σ' , которая может быть получена из КС Σ в результате обрыва не более чем p , и замыкания не более чем q контактов, эквивалентна Σ .

Часть 5 – страница 15

Для ФАЛ f и $p \geq 0, q \geq 0$ определим ее (p, q) – контактную самокорректирующуюся сложность $L_{(p,q)}^K(f)$ как минимальную сложность КС Σ , Σ принадлежит $U_{(p,q)}^K$, реализующей f , а затем введем соответствующую функцию Шеннона

$$L_{(p,q)}^K(n) = \max_{f \in P_2(n)} L_{(p,q)}^K(f)$$

Часть 5 – страница 16

$$L_{(1,0)}^K(n) \approx L_{(0,1)}^K(n) \approx \frac{2^n}{n}$$

Часть 5 – страница 16

КС, реализующая ФАЛ l_n и корректирующая 1 обрыв получается из схемы Кардо добавлением 4 дополнительных контактов, проведенных следующим образом: для каждого $\sigma, \bar{\sigma} \in B$ из входа (выхода) этой схемы проведем контакт вида x_n^σ (соответственно $x_1^{\bar{\sigma}}$) и вершину, соединенную контактом вида $x_n^{\bar{\sigma}}$ (соответственно x_1^σ) с ее выходом (соответственно входом). Указанная схема является минимальной и, следовательно, справедливо утв-ие

Для $n = 1, 2, \dots$ имеют место равенства

$$L_{(1,0)}^K(l_n) = L_{(0,1)}^K(l_n) = 4n$$

Определение функции Шеннона $L^C(Q(n))$ и $L^K(Q(n))$ для сложности реализации ФАЛ из класса Q схемами из функциональных элементов и контактными схемами соответственно. Формулировка утверждения о нижней мощностной оценке этих функций.

$$L^C(Q(n)) = \max_{f \in Q(n)} L^C(f), \text{ где } L^C(f) = \min_{\Sigma_f \in U^C, \text{ реализующ. } f} L^C(\Sigma_f)$$

$$L^K(Q(n)) = \max_{f \in Q(n)} L^K(f), \text{ где } L^K(f) = \min_{\Sigma_f \in U^C, \text{ реализующ. } f} L^K(\Sigma_f)$$

Часть 3 – страница 56

Утверждение о нижней мощностной оценке

Для класса ФАЛ Q такого, что $n = o\left(\frac{\log |Q(n)|}{\log \log |Q(n)|}\right)$ ($\log n = o(\log \log |Q(n)|)$) выполняются следующие асимптотические неравенства

$$L^C(Q(n)) \geq \frac{\log |Q(n)|}{\log \log |Q(n)|}$$

соответственно

$$L^K(Q(n)) \geq \frac{\log |Q(n)|}{\log \log |Q(n)|}$$

Утверждение о сложности формул, получаемых асимптотически наилучшим методом синтеза, и вытекающая из него верхняя оценка соответствующей функции Шеннона; поведение функции Шеннона для глубины ФАЛ. Описание разложения (представления) ФАЛ, на котором основано доказательство этого утверждения, и структуры соответствующей формулы.

Часть 3 – страница 46

Для любой ФАЛ $f, f \in P_2(n)$ в U^Φ существует реализующая ее формула F_f , для которой

$$L(F_f) \leq \frac{2^n}{\log n} \left(1 + \frac{2 * \log \log n + O(1)}{\log n}\right)$$

$$D(F_f) \leq n - \log \log n + 8 + o(1)$$

Часть 3 – страница 48

Поведение для глубины

$$L^\Phi(n) \sim \frac{2^n}{\log n}$$

$$D(n) = n - \log \log n + O(1)$$

Часть 3 – страница 47

Описание разложения для доказательства утверждения

Для ФАЛ $f(x)$ из $P_2(n)$, где $x = (x_1, \dots, x_n)$, $x'' = (x_{q+1}, \dots, x_n)$ рассмотрим ее представление в виде

$$f(x) =$$

$$= \bigvee_{\sigma''=(\sigma_{q+1}, \dots, \sigma_n)} x_{q+1}^{\sigma_{q+1}} \cdots x_n^{\sigma_n} \left(\bigvee_{i=1}^{2^{q-m}} \chi_i(x') f_{\sigma''}(x') \right) =$$

$$= \bigvee_{i=1}^{2^{q-m}} \chi_i(x') \left(\bigvee_{\sigma''=(\sigma_{q+1}, \dots, \sigma_n)} x_{q+1}^{\sigma_{q+1}} \cdots x_n^{\sigma_n} J_{\sigma'',i}(x') \right), \quad (7.3)$$

где $\chi_i(x')$ — характеристическая ФАЛ множества $\delta_i, i = 1, \dots, 2^{q-m}$, а ЭД $J_{\sigma'',i}$ ранга p от БП $x_{m+1}, \dots, x_q$, совпадает на δ_i с ФАЛ $f_{\sigma''}(x') = f(x', \sigma'')$.

~

Определение КС, корректирующей p обрывов, сложности реализации ФАЛ в классе таких схем и соответствующей функции Шеннона, асимптотическое поведение этой функции при $p = 1$. Построение КС, корректирующих 1 замыкание, на основе самокоррекции в подсхемах («звездах») из однотипных контактов, формулировка утверждения о сложности полученных КС и идея его доказательства.

Часть 5 – страница 13

КС Σ является (p, q) – **самокорректирующейся КС** (корректирует p обрывов и q замыканий), если любая КС Σ' , которая может быть получена из КС Σ в результате обрыва не более чем p , и замыкания не более чем q контактов, эквивалентна Σ .

Часть 5 – страница 15

Для ФАЛ f и $p \geq 0, q \geq 0$ определим ее (p, q) – контактную самокорректирующуюся сложность $L_{(p,q)}^K(f)$ как минимальную сложность КС Σ , Σ принадлежит $U_{(p,q)}^K$, реализующей f , а затем введем соответствующую функцию Шеннона

$$L_{(p,q)}^K(n) = \max_{f \in P_2(n)} L_{(p,q)}^K(f)$$

Часть 5 – страница 16

$$L_{(1,0)}^K(n) \approx L_{(0,1)}^K(n) \approx \frac{2^n}{n}$$

Часть 5 – страница 15